

אינדוקציה מתמטית

אינדוקציה מתמטית היא טכניקת הוכחה המקובלת בד"כ כדי להראות נכונותה של תכונה מסויימת על כל המספרים הטבעיים (אפס אינו מספר טבעי)

הצורה הפשוטה והידועה ביותר של אינדוקציה מתמטית, לשם הוכחה שטענה כללית מתקיימת לכל מספר טבעי n כוללת שני צעדים:

- בדיקת נכונות הטענה עבור $n=1$.
- בדיקת נכונות הטענה עבור $n=k$ ומכאן נובע כי הטענה מתקיימת גם עבור $n=k+1$.

דוגמא:

(1)

סכום סידרה חשבונית

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

- נבדוק את נכונותה של הטענה עבור $n=1$:

$$\text{הטענה נכונה עבור } n=1, \quad 1 = \frac{(1+1)1}{2} = 1$$

- נניח את נכונות הטענה עבור $n=k$:

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}, \text{ כעת עלינו להוכיח כי מנכונות הטענה}$$

עבור $n=k+1$ נובעת נכונותה עבור $n=k+1$:

$$1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

- ע"י הצבת ההנחה, נותר להראות כי $\frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{(k+2)(k+1)}{2}$

$$\leftarrow \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} = \frac{(k+2)(k+1)}{2} \text{ כולומר: ניתן להראות כי}$$

$$\leftarrow \frac{k^2 + k + 2k + 2}{2} = \frac{(k+2)(k+1)}{2} = \frac{(k+2)(k+1)}{2}$$

אם כן, בדקנו את נכונות הטענה עבור $n=1$, הראנו את המעבר מ- $n=k$ ל- $n=k+1$ ועל כן הוכחנו באינדוקציה מתמטית שהטענה הנ"ל נכונה עבור כל n טבעי.