

דף נוסחאות בגיאומטריה אנליטית

גיא רוטנברג – guy@sikumuna.co.il

1 הנקודה

המרחק בין הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הוא: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
אמצע הקטע שקצותיו (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הוא בנקודה: $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
נקודה המחלקת את הקטע AB שקצותיו $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ ביחס של $k : l$ הוא: $P\left(\frac{lx_1+kx_2}{l+k}, \frac{ly_1+ky_2}{l+k}\right)$
שטח המשולש שקודקודיו הם (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ו- (x_3, y_3) הוא: $S = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

2 הישר

משוואה כללית של ישר: $Ax + By + C = 0$
משוואת ישר העובר דרך (x_1, y_1) ששיפועו m : $y - y_1 = m(x - x_1)$
הזווית α ששישר m יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x : $m = \tan \alpha$
בהנתן שני ישרים $y = m_1x + n_1$ ו- $y = m_2x + n_2$ מתקיים:

1. הישרים נחתכים אם ורק אם $m_1 \neq m_2$

2. הישרים מקבילים אם ורק אם $m_1 = m_2$ וגם $n_1 \neq n_2$

3. הישרים מתלכדים אם ורק אם $m_1 = m_2$ וגם $n_1 = n_2$

שיפוע הישר העובר בנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) : $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
משוואת הישר העובר דרך (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) : $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
הישרים $y = m_1x + n_1$ ו- $y = m_2x + n_2$ ניצבים אם ורק אם: $m_1 \cdot m_2 = -1$
הזווית (החדה) בין שניהם הישרים $y = m_1x + n_1$ ו- $y = m_2x + n_2$ מקיימת: $\tan \alpha = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1} \right|$

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} : Ax + By + C_2 = 0 \text{ ו-} Ax + By + C_1 = 0 \text{ המרחק בין הישרים המקבילים}$$

$$d = \frac{|n_2 - n_1|}{\sqrt{m^2 + 1}} : y = mx + n_2 \text{ ו-} y = mx + n_1 \text{ המרחק בין הישרים המקבילים}$$

$$d = \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} : Ax + By + C = 0 \text{ מרחק הישר מראשית הצירים}$$

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} : (x_1, y_1) \text{ מרחק הישר } Ax + By + C = 0 \text{ מהנקודה}$$

$$d = \frac{|-mx_1 + y_1 - n|}{\sqrt{m^2 + 1}} : (x_1, y_1) \text{ מרחק הישר } y = mx + n \text{ מהנקודה}$$

משוואות חוצי הזווית של הישרים $A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ נתונות ע"י

$$\left| \frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \right| = \left| \frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} \right|$$

3 המעגל

משוואת מעגל עם רדיוס R שמרכזו (a, b) : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

משוואת מעגל קנוני עם רדיוס R : $x^2 + y^2 = R^2$

משוואת המשיק למעגל הקנוני העובר דרך הנק' (x_1, y_1) הנמצאת על המעגל: $xx_1 + yy_1 = R^2$

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ העובר דרך הנק' (x_1, y_1) שעליו: $(x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = R^2$

שיפוע משיק למעגל שמרכזו (a, b) בנק' (x_1, y_1) שעליו: $m = \frac{x_1 - a}{y_1 - b}$

תנאי ההשקה של הישר $y = mx + n$ למעגל הקנוני: $n^2 = R^2(m^2 + 1)$

תנאי ההשקה של הישר $y = mx + n$ למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$: $(-ma + b - n)^2 = R^2(m^2 + 1)$

תנאי ההשקה של הישר $Ax + By + C = 0$ למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$: $\frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = R$

משוואת המשיקים למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ ששיפועם m : $y - b = m(x - a) \pm R\sqrt{m^2 + 1}$

משוואת המיתר המחבר את המשיקים למעגל הקנוני היוצאים מנק' (x_0, y_0) : $xx_0 + yy_0 = R^2$

משוואת המיתר המחבר את המשיקים למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ היוצאים מנק' (x_0, y_0) : $(x - a)(x_0 - a) + (y - b)(y_0 - b) = R^2$

4 אליפסה

משוואת האליפסה הקנונית שמרכזה בראשית הצירים וציריה על הצירים: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

מוקדי האליפסה, $(c, 0)$ ו- $(-c, 0)$ מקיימים: $c^2 = a^2 - b^2$

מרחק הנקודה (x, y) שעל האליפסה מהמוקדים: $r_1 = a - \frac{cx}{a}$ (ימני), $r_2 = a + \frac{cx}{a}$ (שמאלי)

משוואת האליפסה בנקודה (x_1, y_1) שעליה: $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$

משוואת המיתר המחבר את נקודות ההשקה של המשיקים לאליפסה היוצאים מנק' (x_0, y_0) :
 $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$
 $n^2 = a^2m^2 + b^2$ תנאי ההשקה של הישר $y = mx + n$ לאליפסה:
 $y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$ משוואת המשיק לאליפסה ששפועו m :

5 הפרבולה

משוואת הפרבולה הקנונית:
 $y^2 = 2px$
 $\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ מוקד הפרבולה הוא בנקודה:
 $x = -\frac{p}{2}$ מדריך הפרבולה:
 $r = x + \frac{p}{2}$ אורך רדיוס מנקודה (x, y) שעל הפרבולה למוקד ולמדריך:
 $yy_1 = p(x + x_1)$ משוואת המשיק לפרבולה בנקודה (x_1, y_1) שעליה:
 $y_1x + py = y_1(p + x_1)$ משוואת הנורמל לפרבולה בנק' (x_1, y_1) שעליה:
משוואת המיתר המחבר את נקודות ההשקה של המשיקים לפרבולה היוצאים מהנקודה (x_0, y_0) שמחוצה לה:
 $yy_0 = p(x + x_0)$
 $n = \frac{p}{2m}$ תנאי ההשקה של ישר $y = mx + n$ לפרבולה:
 $y = mx + \frac{p}{2m}$ משוואת הישר ששיפועו m המשיק לפרבולה:

6 ההיפרבולה

משוואת ההיפרבולה הקנונית:
 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
 $c^2 = a^2 + b^2$ מוקדי ההיפרבולה $(c, 0)$ ו- $(-c, 0)$ מקיימים:
 (x, y) שעל ההיפרבולה מהמוקדים: $r_1 = \left|\frac{cx}{a} - a\right|$ (ימני) $r_2 = \left|\frac{cx}{a} + a\right|$ (שמאלי)
 $y = -\frac{b}{a}x, \quad y = \frac{b}{a}x$ האסימפטוטות של ההיפרבולה הקנונית:

דף נוסחאות זה הוכן ע"י גיא רוטנברג עבור סיכומונה – אתר הסיכומים החופשי. אם יש לכם הערות או הצעות אתם יכולים לפנות דרך האימייל guy@sikumuna.co.il